

<<한국방사선학회논문지>> 2026년 2월 제20권 1호 별채본

Direct Optimization of Raw RF Signals for MRI Reconstruction: A QUBO-Based Quantum Annealing Approach

Yeunchul Ryu*

Department of Radiological Science, Gachon University

Direct Optimization of Raw RF Signals for MRI Reconstruction: A QUBO-Based Quantum Annealing Approach

Yeunchul Ryu*

Department of Radiological Science, Gachon University

Received: February 08, 2026. Revised: February 20, 2026. Accepted: February 28, 2026.

ABSTRACT

Quantum annealing has recently attracted attention as an alternative computational paradigm for solving large-scale combinatorial optimization problems, with several successful applications reported in computed tomography (CT) image reconstruction. However, the extension of quantum annealing to magnetic resonance imaging (MRI) has remained limited due to the complexity of multi-channel acquisition, complex-valued signal representations, and the rapid growth of qubit requirements when formulating image-domain optimization problems. In this study, we propose a novel MRI reconstruction framework that directly maps undersampled raw radio-frequency (RF) signals to a quadratic unconstrained binary optimization (QUBO) problem. Instead of treating MRI reconstruction as an image recovery task, the proposed approach reformulates it as a physically constrained selection problem of missing RF voltage samples measured along the time axis. By discretizing raw RF signals with limited bit-depth and applying a window-based decomposition strategy, the resulting QUBO instances remain sufficiently small to be compatible with current quantum annealing hardware. We analytically evaluate the required number of binary variables as a function of RF window size, undersampling ratio, and signal bit-depth, and demonstrate that the proposed formulation leads to a substantial reduction in problem dimensionality compared to conventional image-domain QUBO approaches. The sparsity and banded structure of the resulting QUBO matrices further favor efficient embedding on existing quantum annealing architectures. The proposed framework provides a physically grounded pathway for applying quantum annealing to MRI signal reconstruction and suggests potential applicability to low-SNR acquisition scenarios such as multinuclear magnetic resonance spectroscopy.

Keywords: Quantum annealing, Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO), Magnetic Resonance Imaging (MRI), Raw RF Signal Reconstruction, Undersampled Data Reconstruction

I. INTRODUCTION

최근 양자컴퓨팅, 특히 양자 어닐링 (quantum annealing)은 조합 최적화 문제를 효과적으로 탐색할 수 있는 계산 패러다임으로 주목받고 있으며, 제한된 계산 자원 하에서 대규모 최적화 문제를 다루기 위한 대안적 접근으로 다양한 분야에서 연구가 진행되고 있다. 의료영상 분야에서도 이러한 흐름에 발맞추어, 기존의 반복적 수치 최적화 기법이 갖는 계산 복잡도 증가와 지역 최소값 (local

minimum) 문제를 극복하기 위한 방안으로 양자 어닐링 기반 접근법이 제안되어 왔다. 특히 CT (Computed Tomography) 영상 재구성 문제를 중심으로, 양자 어닐링을 이용한 영상 복원 및 세그멘테이션에 대한 연구가 최근 수년간 활발히 보고되고 있다^[1-8].

CT 영상 재구성 문제는 선형 투영 데이터 (sinogram)로부터 공간 영상을 복원하는 전형적인 역변환 문제(inverse problem)로 정의될 수 있으며, 이는 데이터 일관성 항과 정규화 항을 포함하는 이

* Corresponding Author: Yeunchul Ryu

E-mail: yeunchul.ryu@gachon.ac.kr

Tel: +82-032-820-4410

차 목적함수 형태의 최적화 문제로 자연스럽게 정식화된다. 이러한 수학적 구조로 인해 CT 재구성 문제는 연속 변수를 이진 변수로 근사하여 QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) 문제로 변환하기에 상대적으로 유리한 특성을 가진다. 실제로 기존 연구들에서는 선형 투영 데이터 기반의 목적함수 정의, 데이터 일관성 및 정규화 항의 결합, 연속 영상 변수의 이진화, QUBO 행렬 구성, 그리고 양자 어닐러를 이용한 최소 에너지 상태 탐색의 절차를 통해 CT 영상 재구성을 수행해 왔다. 이러한 접근은 제한된 투영 수 또는 저선량 CT 환경에서 기존 반복적 재구성 방법이 겪는 지역 최소값 문제를 완화할 수 있다는 장점을 가지는 반면, 영상 해상도가 증가함에 따라 변수 수가 급격히 증가하고 이에 따른 qubit 요구량이 빠르게 확대되는 근본적인 한계를 지닌다.

반면, 자기공명영상 (Magnetic Resonance Imaging, MRI)의 영상 재구성 문제는 CT와 비교하여 구조적으로 더욱 복잡한 특성을 가진다. MRI에서는 다채널 RF 코일을 이용한 신호 획득, 푸리에 도메인에서의 언더샘플링 (Fourier domain undersampling), 복소수 신호 처리, 그리고 코일 감도 맵 (coil sensitivity map)의 공간적 불균일성 등 다양한 물리적 및 수학적 요소들이 동시에 작용한다. 이에 따라 SENSE, GRAPPA, compressed sensing MRI (CS-MRI)와 같은 기존의 재구성 기법들은 연속값 및 복소수 변수를 포함하는 고차원 최적화 문제를 기반으로 설계되어 왔다.

기존의 양자컴퓨팅 기반 MRI 재구성 시도들 또한 주로 영상 도메인에서의 복소수 영상 변수를 직접 최적화하는 문제로 접근해 왔으나, 이러한 접근은 몇 가지 근본적인 한계를 가진다. 첫째, 연속값 및 복소수 변수를 이진 변수로 근사하는 과정에서 불가피한 정밀도 손실이 발생한다. 둘째, 영상 도메인에서는 픽셀 간 결합이 조밀하게 형성되어 QUBO 행렬의 밀도가 급격히 증가하며, 이는 qubit 요구량과 임베딩 복잡도의 폭증으로 이어진다. 셋째, 영상 도메인 접근은 코일 감도 추정 오차에 민감하여 재구성 안정성이 저하될 수 있다. 이러한 이유로 인해 MRI에 대한 양자 어닐링 기반 접근은

CT 분야에 비해 상대적으로 제한적인 성과만이 보고되어 왔다^[9-12].

본 논문에서는 MRI 재구성 문제를 영상 복원 문제가 아닌, 물리적으로 가능한 RF 신호를 선택하는 최적화 문제로 재정의하는 관점 전환을 제안한다. MRI에서 실제로 측정되는 물리량은 복소수 k-space 데이터 자체가 아니라, 시간축을 따라 획득되는 단일 채널 RF 전압 신호이며, 통상적으로 사용되는 복소수 k-space 표현은 이러한 raw RF 신호를 I/Q demodulation을 통해 구성한 결과이다. 본 연구에서는 이 점에 주목하여, 언더샘플링된 단일 채널 MRI raw RF 신호를 직접 이진 변수로 표현하고 이를 QUBO 문제로 매핑하는 새로운 프레임워크를 제안한다. 이를 통해 영상 도메인에서의 고차원 복소수 최적화를 우회하고, 현실적인 신호 획득 조건 하에서 양자 어닐링 기반 접근의 실현 가능성과 한계를 정량적으로 분석하고자 한다.

II. MATERIALS AND METHODS

1. Single-channel MRI raw RF signal model

단일 RF 코일에서 획득되는 MRI raw RF 신호는 다음과 같이 연속 시간 영역에서 표현될 수 있다.

$$v(t) = \text{Re} \left\{ \int \rho(\mathbf{r}) S(\mathbf{r}) \exp(i2\pi \mathbf{k}(t) \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \right\} \quad (1)$$

$\rho(\mathbf{r})$: 위치 $\mathbf{r}$ 에서의 횡자화(transverse magnetization) 성분의 크기

$S(\mathbf{r})$: 위치 $\mathbf{r}$ 에서의 RF 코일 수신 감도

$\mathbf{k}(t)$: 시간에 따라 변화하는 k-space의 위치 벡터

Eq. (1)은 MRI 신호 생성의 물리적 모델을 나타내며 실제로 측정되는 신호는 이 표현의 실수부에 해당한다. RF 신호는 아날로그-디지털 변환기 (ADC)를 통해 이산 신호로 샘플링되며 이 과정은 Eq. (2)와 같이 표현된다.

$$v[n] = v(t_n), \quad n = 1, \dots, N \quad (2)$$

본 연구에서는 신호획득 과정에서 undersampling이 발생하여 일부 $v[n]$ 이 관측되지 않은 상황을 가

정한다.

2. Conventional complex k-space representation and motivation

일반적인 MRI 재구성에서는 raw RF 신호가 I/Q modulation (in-phase/quadrature-phase modulation) 과정을 거쳐 복소수 형태의 k-space 신호로 변환된다.

$$s[n] = I[n] + iQ[n] \quad (3)$$

이후 해당 신호는 푸리에 변환 (Fourier transform) 을 통해 영상 도메인으로 변환된다. 그러나 이러한 복소수 k-space 표현은 신호처리의 편의성을 위한 수학적 구성물이며 실제로 측정되는 물리량은 Eq. (2)에 나타난 실수 형태의 RF 전압신호이다. 본 연구에서 이점을 착안하여 복소수 k-space나 영상 도메인이 아닌 raw RF 신호 자체를 최적화 대상으로 직접 취급하는 접근을 채택하였다.

3. Problem formulation under RF undersampling

undersample 된 RF 신호는 다음과 같이 관측된 RF 신호의 샘플인 v_{obs} 와 결손된 RF 신호 샘플인 v_{miss} 의 집합으로 분해할 수 있다.

$$v = v_{obs} \cup v_{miss} \quad (4)$$

이에 따라 MRI 신호의 재구성문제는 관측된 RF 샘플 v_{obs} 가 주어졌을 때 결손된 샘플 v_{miss} 를 추정하는 최적화의 문제로 다음의 Eq. (5)와 같이 재정의될 수 있다.

$$\hat{v}_{miss} = \arg \min_{v_{min}} \epsilon(v_{obs}, v_{min}) \quad (5)$$

여기서 에너지함수 $\epsilon(\cdot)$ 는 신호의 물리적 특성과 수신 대역폭에 부과되는 제약 조건을 반영하도록 구성된다.

4. Binary representation of RF samples

실제 MRI 시스템에서는 RF 신호가 16-bit 이상의 높은 정밀도로 샘플링되지만, 본 연구에서는 현실

적인 QUBO 모델링을 위해 제안된 bit-depth B를 사용하는 이산 표현을 도입하였다.

$$v[n] \approx \sum_{b=0}^{B-1} 2^b x_{n,b}, \quad x_{n,b} \in \{0,1\} \quad (6)$$

여기서 $x_{n,b}$ 는 QUBO 문제를 구성하는 이진 변수에 해당한다. undersampling 된 구간에 대해서만 이진 변수가 도입되므로 최적화 변수 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$x = \{x_{n,b} | n \in M\} \quad (7)$$

여기서 M은 결손 샘플인 v_{miss} 의 인덱스 집합이다.

5. Sampling bit dependent error

Bit-depth제한으로 양자화 오차 (quantization error) 는 신호획득 체계에서 Fig. 1과 같이 그 이후의 모든 단계에 영향을 미치게 되며 최종적으로는 영상 단계에 선형적으로 지속적 영향이 나타나게 된다.

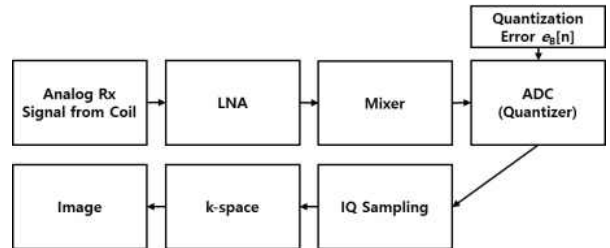


Fig. 1. Block diagram showing how the received RF signal passes through the analog front-end and B-bit ADC to the digital I/Q sampling and image reconstruction stages, and how the quantization error

$e_B[n]$ generated at the ADC propagates through the subsequent processing chain.

양자화 오차 분석을 위해, 먼저 충분한 정밀도의 표현을 사용하여 획득한 RF 신호를 기준 신호로 정의한다. 시간 인덱스 n 에 대해 기준 RF 신호를 $v_{ref}[n]$ 이라 하면 이를 B-bit로 양자화 한 신호에 대해 양자화연산은 다음의 Eq. (8)와 같이 표현될 수 있다. $Q_B(\cdot)$ 는 B-bit 균일양자화(uniform quantizer)의 스칼라 양자화 연산을 의미한다. 이때 각 샘플에 대한 양자화 오차 $e_B[n]$ 는 Eq. (9)과 같이 정의

될 수 있다.

$$v_B[n] = Q_B(v_{\text{ref}}[n]), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

$$e_B[n] = v_B[n] - v_{\text{ref}}[n] \quad (9)$$

전체 RF 신호에 대한 오차 에너지와 기준신호에너지 간의 정규화 평균제곱오차 (normalized mean-squared error)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} NMSE_B &= \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |e_B[n]|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |v_{\text{ref}}[n]|^2} \\ &= \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |v_B[n] - v_{\text{ref}}[n]|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |v_{\text{ref}}[n]|^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} |e_B[n]|^2 & \text{ 전체 RF 신호의 오차에너지} \\ \sum_{n=0}^{N-1} |v_{\text{ref}}[n]|^2 & \text{ 기준신호에너지} \end{aligned}$$

I/Q 샘플링, k-space 형성, 영상 재구성 연산을 모두 포함한 전체 재구성 연산자를 $R(\cdot)$ 이라고 하면 선형근사가 성립하고 이를 이용하면 최종영상에서의 오차 $R(e_B)$ 의 에너지는 RF 단계에서의 오차 에너지에 비례하는 상한을 갖게 된다.

$$\begin{aligned} \|R(v_B) - R(v_{\text{ref}})\|_2 \\ = \|R(e_B)\|_2 \leq \|R\| \cdot \|e_B\|_2 \end{aligned} \quad (11)$$

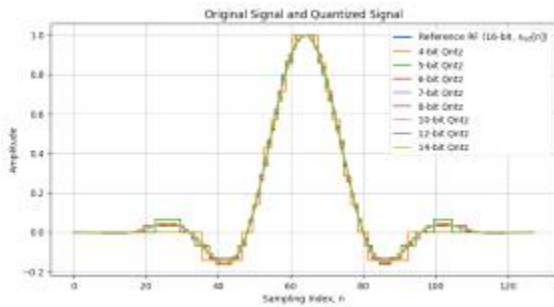


Fig. 2. Reference RF sinc waveform and corresponding uniformly quantized signals for bit depths of 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, and 14 bits.

따라서 RF 수신단계에서의 $NMSE_B$ 를 감소시키는 것은 최종 영상에서의 오차를 제한하는 것과 연결되며 QUBO 기반 양자 어닐링을 위한 bit-depth 선택의 합리성을 평가하는 기준이 된다.

Bit-depth별 $NMSE_B$ 를 확인하기 위하여 Fig. 2와 같은 128 point의 sinc 파형에 hanning window를 곱한 16bit reference 파형을 대상으로 4~14bit sampling 후 $NMSE_B$ 값을 계산하였다.

6. Energy function design

관측된 샘플과 인접한 결손 샘플 간의 연속성을 반영하기 위하여 다음과 같은 데이터 일관성 항을 정의한다.

$$E_{\text{data}} = \sum_{n \in M} \sum_{m \in O} (v[n] - v[m])^2 \quad (12)$$

여기서 $O(n)$ 은 인덱스 n 에 인접한 관측 샘플들의 집합을 의미한다.

MRI RF 신호는 수신 대역폭에 의해 시간적으로 제한된 주파수 성분을 가지므로 비현실적인 급격한 변화나 고에너지 해를 억제하기 위해 다음과 같은 추가 제약 항을 도입하였다.

$$E_{\text{smooth}} = \sum_{n \in M} (v[n+1] - v[n])^2 \quad (13)$$

$$E_{\text{energy}} = \sum_{n \in M} v[n]^2 \quad (14)$$

최종 에너지 함수는 가중계수(λ_i)를 고려한 선형 결합으로 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$\epsilon = \lambda_1 E_{\text{data}} + \lambda_2 E_{\text{smooth}} + \lambda_3 E_{\text{energy}} \quad (15)$$

7. QUBO formulation and window-based decomposition

Eq. (15)에 Eq. (6)을 대입하면 목적함수는 이진 변수 x 에 대한 이차식으로 정리되며 이는 표준적인 QUBO 문제로 표현된다.

$$\epsilon(x) = \sum_i h_i x_i + \sum_{i < j} J_{ij} h_i x_i \quad (16)$$

여기서 계수 h_i, J_{ij} 는 현실에서 물리적 제약 조건에 의해 결정된다.

현실적인 RF 신호의 길이는 수백 개 이상의 샘플로 구성되지만, 본 연구에서는 문제의 크기를 제한하기 위해 전체 신호를 길이 L 의 국소적인 RF 윈도우(window)로 분할하였다. 분할된 구조는 qubit 수의 제한에 대응하기 위한 시간축 분할 전략이나 개별 window를 독립적으로 처리할 경우 경계구간에서의 위상 불연속성이 발생할 수 있다. 이러한 문제를 완화하기 위하여 window의 일부 구간이 겹치도록 하는 중첩되는 윈도우 영역을 설정할 수 있지만 이 논문에서는 사용하지 않았다.

$$v = \bigcup_{k=1}^K v^{(k)}, \quad v^{(k)} \in \mathbb{R}^L \quad (17)$$

각 RF window에 대해 독립적인 QUBO 문제가 정의되며 다음과 같이 Eq. (18)의 수식으로 해결될 수 있다.

$$\hat{v}_{\text{miss}} = \arg \min_{x^{(k)} \in \mathbb{R}^L} (x^{(k)}) \quad (18)$$

중첩되는 window(overlapping window)의 경우 중첩 영역에서의 추정값은 평균 혹은 가중평균을 통해 병합하였다.

8. Qubit requirement estimation

마지막으로 RF window 내 결손 샘플 수를 N_m , RF 샘플의 bit-depth를 B 라 할 때 하나의 QUBO 인스턴스에 필요한 qubit 수는 다음과 같이 계산된다.

$$N_{\text{qubit}} = N_m \times B \quad (19)$$

9. Extension to multi-channel RF acquisition

실제 임상 MRI 환경에서는 다수의 RF 수신 코일을 사용하여 신호를 획득하며 각 코일은 서로 다른

공간적 감도 분포를 가진다. 단일 채널에서의 raw RF 기반 QUBO 재구성 모델은 이러한 다채널환경으로 확장될 수 있다. 다채널 RF 신호는 다음의 Eq. (20)과 같이 각 채널의 독립적인 수신 신호의 집합으로 표현된다.

$$v_c[n], \quad c = 1, \dots, C \quad (20)$$

여기서 C 는 RF 수신 코일의 개수를 의미한다.

가장 단순한 확장 방식으로는 각 채널의 raw RF 신호를 독립적인 QUBO 문제로 구성한 후, 재구성된 RF 신호를 기존의 coil combination 방식으로 결합하는 접근이 가능하다. 이 경우 전체 qubit 요구량은 채널 수에 대해 선형적으로 증가하며, 하나의 RF window에 대해 필요한 qubit 수는 다음의 Eq. (21)과 같이 계산된다.

$$N_{\text{qubit}}^{(multi)} = C \times N_m \times B \quad (21)$$

보다 일반적인 다채널 모델에서는, 인접한 RF 코일 간의 상관성을 반영하기 위해 에너지 함수에 교차결합항(cross-coupling term)을 추가할 수 있다.

$$E_{\text{coil}} = \sum_{c \neq c'} \sum_{n \in M} \alpha_{cc'} (v_c[n] - v_{c'}[n])^2 \quad (22)$$

여기서 $\alpha_{cc'}$ 는 코일 간의 상관 정도를 조절하는 가중 계수이다. 이러한 항은 다채널 RF 신호 간의 구조적 중복성과 공통 잡음 성분을 활용하여 단일 채널 대비 신호 대 잡음비(Signal-to-Noise Ratio, SNR)의 향상을 기대할 수 있다. 다만 교차결합 항의 도입은 QUBO 행렬의 밀도를 증가시키며, 이에 따라 qubit 임베딩 복잡도가 증가하게 된다.

본 연구에서는 qubit 수 증가와 모델 복잡도의 영향을 분리하여 평가하기 위해 다채널 확장 가능성은 개념적 수준에서만 제시하고 실제 수치 분석은 단일 채널 모델에 한정하였다. 다채널 RF 신호에 대한 QUBO 직접 매핑의 정량적 성능 평가와 최적의 coupling 구조 설계는 향후 과제에서 진행할 계획이다.

III. RESULTS

본 연구에서는 제안된 raw RF 기반 QUBO 재구성 프레임워크의 실현 가능성을 정량적으로 평가하기 위해, 임상 MRI 환경에서 일반적으로 사용되는 acquisition 조건을 가정하였다. 단일 RF 코일을 사용하고, phase encoding 방향의 샘플 수를 128, readout 방향에서 oversampling을 포함한 샘플 수를 256으로 설정할 경우, 한 슬라이스에서 획득되는 raw RF 샘플의 총 개수는 $N_{RF} = 128 \times 256 = 32,768$ 으로 계산된다. 이 전체 RF 데이터를 단일 QUBO 문제로 직접 매핑할 경우, 필요한 이진 변수 수는 샘플 수와 bit-depth에 비례하여 급격히 증가하게 되며, 이는 현재의 양자 어닐링 하드웨어 제약 하에서는 현실적으로 불가능한 문제 크기에 해당한다.

이에 따라 본 연구에서는 전체 RF 신호를 국소적인 시간 구간으로 분할하는 patch-based RF window 전략을 적용하였다. Readout 방향에서 길이 16의 RF window를 정의하고, 각 window를 독립적인 최적화 문제로 취급함으로써 전체 재구성 문제는 수천 개의 소규모 QUBO 인스턴스로 분해될 수 있다. 이와 같은 분할은 전체 문제의 해상도를 유지하면서도, 개별 QUBO 인스턴스의 크기를 현재 하드웨어 수준에서 다룰 수 있는 범위로 제한하는 효과를 갖는다.

현실적인 하드웨어 제약과 신호 표현 정확도 간의 균형을 고려하여, 본 연구에서는 RF 샘플을 8-bit 정밀도로 이산화하였다. Readout 방향 16-sample RF window에서 50% undersampling을 가정할 경우, 하나의 window 내에서 실제로 관측되지 않은 RF 샘플의 수는 8개가 되며, 이들이 최적화 대상 변수로 포함된다. 따라서 하나의 RF window에 대해 필요한 이진 변수 수는 $N_{qubit} = 8(\text{samples}) \times 8(\text{bits}) = 64$ 로 계산된다.

Table 1은 RF window 길이를 16 sample로 고정하고, 50% undersampling을 가정한 조건에서 RF 신호의 bit-depth 변화에 따른 QUBO 인스턴스당 이진 변수(qubit) 수를 정리한 결과를 나타낸다. 각 window 내에서 최적화 대상이 되는 RF 샘플 수는 8개로 고정되어 있으므로, 요구되는 qubit 수는

bit-depth에 대해 선형적으로 증가한다. 10bit 이하의 정밀도에서는 하나의 QUBO 인스턴스가 80개 미만의 이진 변수로 구성되어 현재의 양자 어닐링 하드웨어에서 반복 실험이 가능한 범위에 해당하는 반면, bit-depth가 12bit를 초과할 경우 QUBO 행렬의 coupling 수가 급격히 증가하여 임베딩 및 안정적인 샘플링이 어려워진다. 이러한 결과는 raw RF 신호의 직접적인 QUBO 매핑에서 표현 가능한 신호 정밀도가 신호 모델링의 정확도보다는 qubit 확장성에 의해 실질적으로 제한됨을 보여준다.

Table 1. Qubit Requirements per QUBO Instance for Different RF Signal Bit-Depths (RF Window = 16, 50% Undersampling)

Bit-depth (bits)	Qubits/Sample	Total qubits (QUBO)
8	8	64
9	9	72
10	10	80
11	11	88
12	12	96
13	13	104
14	14	112
15	15	120
16	16	128

Table 2는 bit-depth수에 따른 $NMSE_B$ 값을 나타낸 것이다. bit 수에 따라 신호획득 단계에서의 오차값은 줄어 들고 이는 최종적인 영상에서도 비례하는 값을 가지게 된다.

Table 2. $NMSE_B$ values shows error compared to original 16 bit sampled signal(128 point sinc shape RF signal)

Bit-depth (bits)	$NMSE_B$
4	7.932773e-03
5	2.676614e-03
6	5.550107e-04
7	1.745301e-04
8	4.509717e-05
10	2.851971e-06
12	1.978268e-07
14	1.016510e-08

제안된 QUBO 구성에서는 목적함수의 주요 coupling 항이 시간적으로 인접한 RF 샘플 간의 물리적 연관성에 의해 정의되므로, QUBO 행렬은 전반적으로 banded sparse 구조를 유지한다. 이는 영

상 도메인 기반 QUBO 재구성에서 픽셀 간 전역적 결합으로 인해 조밀한(dense) 행렬이 형성되는 경우와 대비되는 특성으로, embedding 과정에서의 연결 복잡도를 구조적으로 제한하는 효과를 갖는다. 이러한 결과는 raw RF 신호를 직접 최적화 변수로 취급하는 접근이 QUBO 문제의 차원과 구조 양 측면에서 보다 유리한 특성을 가짐을 수치적으로 보여준다.

IV. DISCUSSIONS

본 연구에서는 MRI 재구성 문제를 기존의 영상 domain이 아닌 raw RF 신호 domain의 조합 최적화 문제로 재정의하고, 이를 양자 어닐링에 적합한 QUBO 형태로 직접 매핑하는 프레임워크를 제안하였다. 특히 MRI에서 실제로 측정되는 물리량이 복소수 k-space가 아니라 시간 영역의 실수 RF 전압 신호라는 점에 주목함으로써, 복소수 연산 및 코일 감도 추정에 의존하지 않는 대안적 재구성 경로를 탐색하였다. 이러한 관점 전환은 기존 영상 domain 기반 양자 최적화 접근에서 발생하던 변수 결합 밀도 증가 및 qubit 요구량 폭증 문제를 구조적으로 완화할 수 있는 가능성을 제시한다.

현실적인 MRI acquisition 조건을 반영하기 위해 본 연구에서는 RF 샘플의 이산 표현을 8-bit 정밀도로 제한하였다. 이는 16-bit ADC로 획득된 raw RF 신호 전체를 직접 이진화하는 접근이 현재의 양자 하드웨어 환경에서는 비현실적이라는 점을 고려한 결과이다. 이와 같은 bit-depth 제한은 신호의 절대 크기 정보를 유지하기보다는, local RF window 내에서의 상대적 신호 구조와 시간적 연속성을 보존하는 데 초점을 둔 설계 선택으로, undersampled 환경에서의 신호 복원 목적에 부합한다.

Patch-based RF window 전략을 적용함으로써, 전체 RF 데이터는 다수의 소규모 QUBO 문제로 분해될 수 있으며, 각 QUBO 인스턴스는 현재 상용 양자 어닐링 시스템에서 처리 가능한 qubit 수 범위 내에 존재함을 확인하였다. RF window 크기는 단순한 계산 편의의 문제가 아니라, RF 신호의 물리적 상관 구조와 양자 하드웨어 제약 사이의 타협점이라는 점에서 중요한 설계 변수이다. Window 크

기가 증가할수록 시간적 상관성을 더 잘 반영할 수 있으나 QUBO 밀도와 qubit 요구량이 급격히 증가하며, 반대로 지나치게 작은 window는 재구성 안정성을 저하시킬 수 있다. 본 연구의 분석 결과는 8 - 16 sample 수준의 RF window가 현 단계의 양자 어닐링 환경에서 현실적인 설계 영역임을 시사한다. window 경계에서 발생할 수 있는 위상 불연속성을 완화하기 위한 방안으로, 인접 window 간에 10% 또는 50% 수준의 중첩(overlap) 구간을 설정하는 전략이 고려될 수 있다. 이 경우 중첩된 구간에 대해 두 window에서 각각 추정된 값을 하나로 합성하는 과정이 필요하며, 단순 평균 또는 선형 가중 평균 방식이 기본적으로 사용될 수 있다. 다만, 각 window의 신뢰도나 양자화 오차의 분포를 반영한 비선형 가중합이나 에너지 기반 보정 방식 등 다양한 수학적 접근이 가능하므로, 이에 대한 후속 연구가 요구된다.

다채널 RF 코일로의 확장 측면에서, 본 연구는 단순한 병렬 처리 방식이 아닌 코일 간 결합된 최적화 문제로서의 multi-channel 재구성 가능성을 제시하였다. Latent RF 기반 coupling 항을 도입함으로써 코일 간 공통 RF 성분을 강화하고 비상관 잡음을 억제하는 구조를 형성할 수 있으며, 이는 RF domain에서의 SNR 향상과 직접적으로 연결된다. 이는 기존 SENSE나 GRAPPA에서 가정하는 local linearity 개념을 raw RF 신호 수준에서 재해석한 것으로, calibration-free MRI 재구성 가능성을 내포한다.

다만 본 연구에서 사용한 코일 간 coupling 모델은 local RF window 내에서의 1차 근사에 기반한 것으로, 동시성성에 의해 발생하는 보다 복잡한 상호 상관 구조를 모두 포함하지는 않는다. 이러한 단순화는 QUBO 밀도 증가와 qubit 요구량 폭증을 방지하기 위한 의도적인 설계 선택이며, 향후 연구에서는 noise covariance를 고려한 동시성 coupling 항의 도입이나 hybrid quantum-classical 구조를 통한 단계적 확장이 가능할 것으로 기대된다.

본 연구에서는 gate-based 양자 컴퓨팅이 아닌 양자 어닐링 방식을 선택하였다. 이는 raw RF 신호 복원 문제가 본질적으로 에너지 최소화 형태의 조합 최적화 문제로 정식화되며, 목적함수가 자연스

럽게 QUBO 형태로 표현되기 때문이다. Gate-based 양자 컴퓨팅을 적용할 경우 복소수 연산과 연속값 변수 처리를 위한 추가적인 양자 회로 설계와 오류 완화 기법이 필요하며, 이는 현재의 NISQ 환경에서는 구현 부담이 크다. 반면 양자 어닐링은 이러한 최적화 문제를 하드웨어 수준에서 직접 구현할 수 있어 본 연구에서 제안한 모델 구조와 직관적으로 부합한다.

현 시점에서 실질적으로 접근 가능한 양자 어닐링 하드웨어는 D-Wave 시스템이 유일하므로, 제안된 QUBO 정식화는 Chimera 또는 Pegasus 토폴로지 상에서 구현될 수 있다. 본 연구에서 정의한 QUBO 문제는 시간적으로 인접한 RF 샘플 간의 coupling이 지배적인 banded sparse 구조를 가지므로, 영상 domain 기반 QUBO에 비해 상대적으로 짧은 체인 길이로 임베딩이 가능할 것으로 예상된다. 다만 체인 강도 선택과 하드웨어 종속 최적화는 구현 단계의 문제로 남아 있으며, 이는 향후 연구에서 다룰 예정이다.

V. CONCLUSIONS

본 연구는 MRI 재구성 문제를 영상 복원 관점이 아닌 MRI 신호의 물리적 본질에 기반하여 재해석하고, raw RF 신호를 직접 최적화 대상으로 삼는 QUBO 기반 양자 어닐링 프레임워크를 제안하였다. 제안된 접근은 복소수 k -space 및 코일 감도 추정에 대한 의존도를 줄이면서, 양자 어닐링 하드웨어의 특성에 부합하는 문제 구조를 형성한다는 점에서 기존 연구와 차별성을 가진다.

현실적인 acquisition 조건을 가정한 분석 결과, patch-based RF window 전략과 제한된 bit-depth 표현을 통해 하나의 QUBO 인스턴스가 현재의 양자 어닐링 시스템에서 처리 가능한 규모로 유지될 수 있음을 확인하였다. 이는 영상 domain 기반 QUBO 재구성에서 요구되는 대규모 qubit 수와 비교할 때 문제 차원이 근본적으로 축소되었음을 의미한다.

제안한 QUBO 기반 최적화 방식은 현재 상용화된 D-Wave Advantage2 시스템(약 4,400개의 물리 큐비트)에서 실현 가능한 자원 범위를 고려하여 설계되었다. 예를 들어, 하나의 윈도우에 대해 256개

RF 샘플을 6비트 이진 변수로 표현하면 총 1,536개의 QUBO 변수가 필요하며, 이는 sparse 연결 구조를 가정할 경우 현재 시스템에서 임베딩 가능한 변수 수(약 1,000~2,000개) 내에 해당한다. 이러한 자원 추산 결과는, 전체 문제를 단일 QUBO로 구성하는 방식이 아닌, 문제를 분할하고 연결성을 조절함으로써 하드웨어 제약 내에서 양자 어닐링을 적용할 수 있는 가능성을 보여준다.

제안된 QUBO 문제는 변수 간의 완전한 연결을 요구하지 않으며, 주로 동일 샘플 내 비트 표현 간의 관계와, 인접 샘플 간의 제한적 연관성만을 포함하므로 structured sparsity 형태로 분류할 수 있다. 이러한 구조는 D-Wave 시스템의 sparse 연결 하드웨어에서 효율적인 임베딩이 가능하게 하며, 결과적으로 수천 개 수준의 변수도 단일 윈도우 내에서 처리할 수 있는 가능성을 높여준다.

특히 본 연구에서 제안한 QUBO 기반 RF 신호 복원 접근법은 MRS 환경에서 SNR이 현저히 낮은 다핵종 신호 획득과 같이 반복 평균에 의존하는 실험 조건에서 유용할 가능성이 있다. undersampled RF 신호를 직접 최적화 대상으로 다룸으로써, 제한된 SNR 조건에서도 안정적인 신호 복원이 가능할 잠재력을 가지며, 장시간 데이터 획득이 요구되는 실험에서 획득 시간을 단축하는 보조적 전략으로 활용될 수 있다.

본 연구는 대규모 임상 MRI 영상 재구성을 즉시 대체하기 위한 방법이라기보다는, 극단적인 undersampling, 저 SNR 환경, 또는 calibration이 어려운 특수 MRI 응용에서 양자 어닐링이 자연스럽게 적용될 수 있는 문제 형태를 제시한 개념 증명 연구로서 의의를 가진다. 이러한 관점에서 본 연구는 양자컴퓨팅 기반 MRI 재구성 연구의 실질적인 출발점이 될 수 있을 것으로 판단된다.

Acknowledgments

본 연구는 보건복지부의 재원으로 한국보건산업진흥원의 보건의료기술 연구개발사업 지원에 의하여 이루어진 것임 (과제고유번호 : RS-2025-24536397)

References

- [1] A. Haga, "Quantum annealing-based computed tomography using variational approach for a real-number image reconstruction", *Physics in Medicine & Biology*, Vol. 69, No. 4, 2024. <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6560/ad2155>
- [2] Y. S. Weinstein, T. F. Havel, J. Emerson, N. Boulant, M. Saraceno, S. Lloyd, D. G. Cory, "Quantum process tomography of the quantum Fourier transform", *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 121, No. 13, pp. 6117-6133, 2004. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1785151>
- [3] A. Ryou, K. Kim, K. Jun, "Quantum compressed sensing tomographic reconstruction algorithm", *Quantum Physics*, 2025. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.11286>
- [4] K. Zheng, K. Li, S. Cong, "A reconstruction algorithm for compressive quantum tomography using various measurement sets", *Nature Scientific Reports*, Vol. 6, pp. 38497, 2016. <http://dx.doi.org/10.1038/srep38497>
- [5] M. J. Willemink, W. A. Koszek, C. Hardell, J. Wu, D. Fleischmann, H. Harvey, L. R. Folio, R. M. Summers, D. L. Rubin, M. P. Lungren, "Preparing Medical Imaging Data for Machine Learning", *Radiology*, Vol. 295, No. 1, pp. 4-15, 2020. <http://dx.doi.org/10.1148/radiol.2020192224>
- [6] M. A. Nau, L. A. Nutricati, B. Camino, P. A. Warburton, A. K. Maier, "Quantum annealing feature selection on light-weight medical image datasets", *Nature Scientific Reports*, Vol. 15, pp. 28937, 2025. <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-025-14611-x>
- [7] K. Jun, H. Lee, "Quantum optimization algorithms for CT image segmentation from X-ray data", *Nature Scientific Reports*, Vol. 15, pp. 20649, 2025. <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-025-08453-w>
- [8] H. Y. Choong, S. Jumar, L. Van Goolm "Quantum Annealing for Single Image Super-Resolution", *Proceedings of 2023 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, Vancouver, BC, Canada, pp. 1150-1159, 2023. <http://dx.doi.org/10.1109/CVPRW59228.2023.00122>
- [9] A. Wu, "GRAPPA reconstruction using quantum computing: a D-Wave approach", University of Massachusetts Dartmouth Graduate, Master of Science, 2024. <https://doi.org/10.62791/20366>
- [10] G. B. Reddy, G. A. Saju, Y. Liu, Y. Chang, "Quantum Computing for Data Calibration in Parallel Magnetic Resonance Imaging Reconstruction", *Proceedings of 2024 IEEE High Performance Extreme Computing Conference*, Wakefield, MA, USA, pp. 1-6, 2024. <https://doi.org/10.1109/HPEC62836.2024.10938445>
- [11] F. Yan, H. Juang, W. Pedrycz, K. Hirota, "Review of medical Image Processing using quantum-enabled algorithms", *Artificial Intelligence Review*, Vol. 57, No. 300, 2024. <http://dx.doi.org/10.1007/s10462-024-10932-x>
- [12] Z. H. Cho, H. Han, D. H. Suk, H. J. Jeung, S. Z. Lee, Y. B. Kim, S. H. Paek, H. G. Lee, "Pursuit and Review of Magnetic Resonance Imaging (MRI) based Quantum Computing — Qubit Generation, Spin Purification, Tailored RF Pulses and MRI Sequences for Quantum Computing", *Quantum Physics*, 2025. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.12778>

MRI 재구성을 위한 Raw RF 신호의 직접 최적화 : QUBO 기반 양자 어닐링 접근

류연철*

가천대학교 방사선학과

요 약

양자 어닐링은 대규모 조합 최적화 문제를 효율적으로 해결할 수 있는 계산 패러다임으로 주목받고 있으며, 최근에는 CT 영상 재구성을 중심으로 의료영상 분야에서의 적용 가능성이 보고되고 있다. 그러나 MRI의 경우 다채널 RF 수신 구조, 복소수 신호 표현, 그리고 영상 도메인 최적화 과정에서의 급격한 qubit 수 증가로 인해 양자 어닐링 기반 접근의 적용은 제한적인 성과에 머물러 왔다. 본 연구에서는 MRI 재구성을 영상 복원 문제가 아닌, 시간축을 따라 측정된 undersampled raw RF 전압 신호를 직접 선택하는 최적화 문제로 재정의하고, 이를 QUBO(Quadratic Unconstrained Binary Optimization) 형태로 직접 매핑하는 새로운 프레임워크를 제안한다. 제한된 bit-depth를 갖는 이진 표현과 RF window 기반 분할 전략을 도입함으로써, 각 QUBO 인스턴스의 크기를 현재의 양자 어닐링 하드웨어에서 처리 가능한 수준으로 제한하였다. RF window 크기, undersampling 비율, 그리고 신호 bit-depth에 따른 qubit 요구량을 분석한 결과, 제안된 raw RF 기반 접근은 기존 영상 도메인 QUBO 재구성에 비해 문제 차원을 근본적으로 감소시킴을 확인하였다. 또한 생성된 QUBO 행렬은 시간적 인접 샘플 간의 coupling에 의해 희소하고 banded한 구조를 유지하여, 실제 양자 어닐링 하드웨어 상의 임베딩 측면에서도 유리한 특성을 가진다. 본 연구는 MRI 신호 재구성에 양자 어닐링을 적용하기 위한 물리 기반 접근 가능성을 제시하며, 특히 신호 대 잡음비가 낮은 다핵종 자기공명분광(MRS) 환경에서의 활용 가능성을 시사한다.

중심단어: 양자 어닐링, 이차 비제약 이진 최적화(QUBO), 자기공명영상, Raw RF 신호 재구성, 언더샘플링 데이터 재구성

연구자 정보 이력

	성명	소속	직위
(단독저자)	류연철	가천대학교 방사선학과	부교수